Exercice 1

1) L'image de 5 est $f(5) = 5 \times (5+2) + 5 = 40$
2) Un antécédent de 49 par la fonction g est un nombre x tel que $g(x) = 49$, soit aussi $(2x+1)^2 = 49$ et donc $2x+1 = 7$ ou $2x+1 = -7$.
   Il y a ainsi deux possibilités, deux antécédents, $x = 3$ et $x = -4$.
3) Par exemple la fonction $h(x) = \dfrac{5}{3}(x+1)$

Exercice 2

1) L'image de 3 par f est 4
2) L'antécédent de 2 par f est -3.
3) $f(3) = 4$ et $f(0) = -4$ ou $f(4) = -4$.
4) Oui, par exemple avec la question précédente, -4 a deux antécédents.

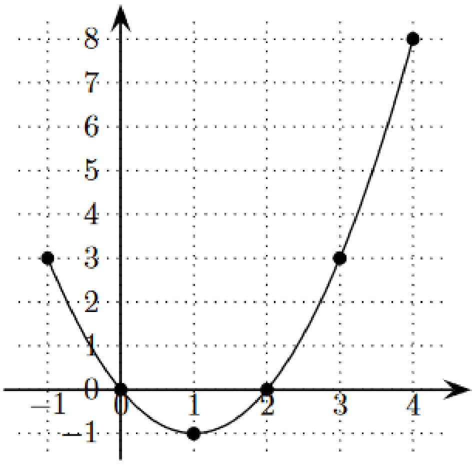
Exercice 3 $\quad f(x) = (x-1)^2 - 1$

1) $f(-1) = 3$, $f(0) = 0$, $f(1) = -1$, $f(2) = 0$, $f(3) = 3$, $f(4) = 8$

2)

x	$f(-1)$	$f(0)$	$f(1)$	$f(2)$	$f(3)$	$f(4)$
$f(x)$	3	0	-1	0	3	8

3)



Exercice 4

1) L'image de 5 par h est $h(5) = -3$
2) 4 a deux antécédents par h, -3 et environ $8,7$
3) L'image de -2 par h est $h(-2) = 2$
4) Les antécédents de -2 sont 4 et 6
5) L'équation $h(x) = 0$ admet ici deux solutions : $x = 3$ et $x = 7$.

Exercice 5

1) $v(5) = 3 \times 5^2 = 75$: au bout de 5 minutes, le train roule à 75km/h.
2) Le train met approximativement 6 minutes pour atteindre 120km/h.
3) La vitesse maximale du train est de 300km/h, vitesse maximale atteinte au bout de 10 minutes.
4) L'image de 20 par la fonction v est $v(20) = 3 \times 20^2 = 1200$, mais n'est pas la vitesse de 300km/h du train à ce moment là : en effet la fonction v n'est valable que pour $0 \leqslant t \leqslant 10$, donc pas pour $t = 20$.

2. Correction fonctions affines et linéaires

Exercice 1 : On considère la fonction $f(x)=-3x+5$

1) $f(3)=-3\times3+5=-9+5=-4$ l'image de 3 est -4

2) On résout l'équation $f(x)=17$

$-3x+5=17$

$-3x=17-5$

$-3x=12$

$x=\frac{12}{-3}=-4$ l'antécédent de 17 est -4

3) $f(-0,8)=-3\times(-0,8)+5=2,4+5=7,4$ l'image de $-0,8$ est 7,4.

Exercice 2 : La fonction affine f a une expression de la forme $f(x)=mx+p$, on détermine le coefficient m à l'aide de la formule $m=\frac{f(x_A)-f(x_B)}{x_A-x_B}$ et des deux égalités $f(3)=7$ et $f(6)=16$.

Ainsi $m=\frac{f(3)-f(6)}{3-6}=\frac{7-16}{3-6}=\frac{-9}{-3}=3$ et donc $f(x)=3x+p$

On détermine le coefficient p à l'aide de l'égalité $f(3)=7$, on obtient l'équation $3\times3+p=7$ donc $p=7-9=-2$

<u>Pour conclure :</u> $f(x)=3x-2$.

<u>Vérification :</u> $f(6)=3\times6-2=18-2=16$

Exercice 3 : Dans la relation : $F=208-0,75a$ le nombre a représente l'âge de la personne

1) Lorsque $a=60$, $F=208-0,75\times60=208-45=163$ le fréquence cardiaque maximale d'une personne de 60 ans est 163 bpm (battements par minute).

2) On résout l'équation $208-0,75a=184$

$-0,75a=184-208$

$-0,75a=-24$

$a=\frac{-24}{-0,75}=32$ la fréquence cardiaque maximale recommandée est de 184 bpm à l'âge de 32 ans.

Exercice 4 :

1) Aucune des 4 droites n'est parallèle à l'axe des ordonnées donc les 4 droites représentent des fonctions affines mais deux d'entre elles sont particulières :

- celle qui passe par l'origine du repère (d_g) représente une fonction linéaire
- celle qui est parallèle à l'axe des ordonnées (d_h) représente une fonction constante.

2) Chaque fonction affine a une expression de la forme $f(x)=mx+p$

Sur chaque droite, on choisit 2 points pour calculer m , ensuite on sait que la droite coupe l'axe des ordonnées au point de coordonnées $(0\,;\,p)$, on obtient donc p par lecture graphique.

Nom de la droite	$\mathrm{A}(x_\mathrm{A}\,;y_\mathrm{A})$	$\mathrm{B}(x_\mathrm{B}\,;y_\mathrm{B})$	m	p	$f(x)=mx+p$
(d_f)	$A(1\,;3{,}5)$	$B(0\,;2{,}5)$	$m=\dfrac{3{,}5-2{,}5}{1-0}=1$	2,5	$f(x)=x+2{,}5$
(d_g)	$A(1\,;3)$	$B(0\,;0)$	$m=\dfrac{3-0}{1-0}=3$	0	$f(x)=3x$
(d_k)	$A(-1\,;-0{,}5)$	$B(0\,;-2{,}5)$	$m=\dfrac{-0{,}5+2{,}5}{-1-0}=-2$	- 2,5	$f(x)=-2x-2{,}5$

Pour (d_h) , $m=0$ donc elle représente la fonction constante $h(x)=2{,}5$

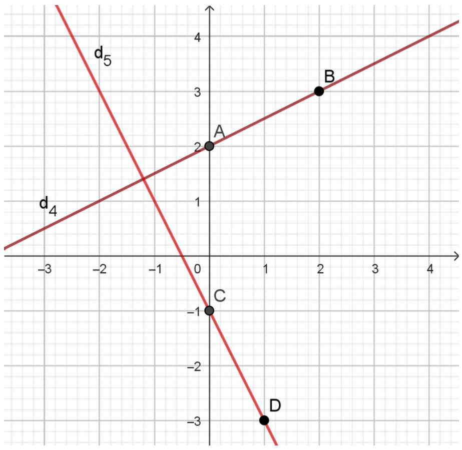
3)

La droite (d_4) représente la fonction f définie par $f(x)=0{,}5x+2$

On peut calculer les coordonnées de deux points A et B

Par exemple, avec $x_A=0$ $f(0)=0{,}5\times0+2=2$ donc $A(0\,;2)$

avec $x_B=2$ $f(2)=0{,}5\times2+2=3$ donc $B(2\,;3)$



La droite (d_5) représente la fonction g définie par $g(x)=-2x-1$

On peut calculer les coordonnées de deux points C et D

Par exemple, avec $x_C=0$ $g(0)=-2\times0-1=-1$ donc $C(0\,;-1)$

avec $x_D=1$ $g(1)=-2\times1-1=-3$ donc $D(1\,;-3)$

Exercice 5 :

Voici les tarifs proposés :

• Tarif 1 : 100 € par un an, entrées illimitées • Tarif 2 : 40 € par an + 1 € l'entrée • Tarif 3 : 2 € l'entrée

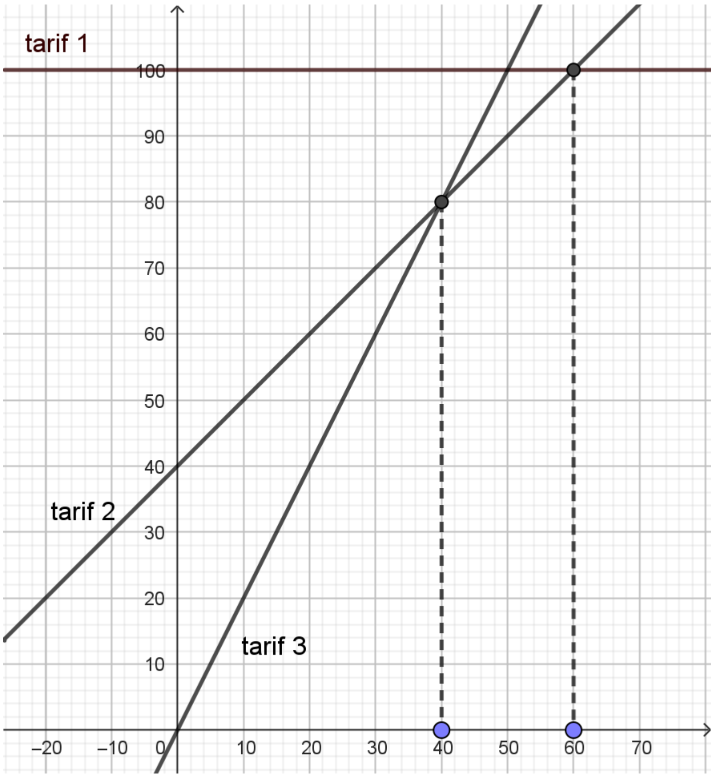
1)

Entrées	10	20	30	40
Tarif A	100	100	100	100
Tarif B	50	60	70	80
Tarif C	20	40	60	80

2) avec le tarif 1 $f(x)=100$

avec le tarif 2 $g(x)=x+40$

avec le tarif 3 $h(x)=2x$

3) Représentation graphique	**4)** Interprétation graphique
	• Pour moins de 40 entrées, le tarif 3 est le plus intéressant. • Pour 40 entrées , les tarifs 3 et 2 reviennent au même. • Pour plus de 40 entrées et moins de 60 entrées, le tarif 2 est plus intéressant. • Pour 60 entrées , les tarifs 1 et 2 reviennent au même. • Pour plus de 60 entrées, le tarif 1 est plus intéressant.

Exercice 6 :

1) $550\,000\times6=3\,300\,000$, cette poubelle géante a actuellement une superficie de 3 300 000 km²

2) Augmenter une grandeur de 10 % revient à la multiplier par $1+10\,\%=1+\frac{10}{100}=1{,}10$

$3\,300\,000\times1{,}10=3\,630\,000$

Dans un an, elle atteindra 3 630 000 km².

3) $3\,630\,000\times1{,}10=3\,993\,000$ km² dans 2 ans

$3\,993\,000\times1{,}10=4\,392\,300$ km² dans 3 ans

$4\,392\,300\times1{,}10=4\,831\,530$ km² dans 4 ans

L’affirmation « Dans 4 ans, la superficie de cette poubelle aura doublé. » est fausse car 4 831 530 km² est inférieur à 6 600 000 km²

3. Correction arithmétique

Exercice 1 :

1) Réponse A puisque par définition un nombre premier a deux diviseurs (1 et lui-même)

2) Réponse A puisque 18 et 16 ne sont pas des nombres premiers.

3) Réponse B puisque $\frac{12}{33}=\frac{3\times 4}{3\times 11}=\frac{4}{11}$ et $\frac{27}{57}=\frac{3\times 9}{3\times 19}=\frac{9}{19}$

Exercice 2 :

1) Comment, sans calcul, peut-on justifier que la fraction $\frac{1848}{2040}$ n'est pas irréductible ?

$\frac{1848}{2040}$ n'est pas irréductible puisque 1 848 et 2 040 sont des nombres pairs.

2) $2\,048=2^3\times 3\times 7\times 11$ et $2040=2^3\times 3\times 5\times 17$

3) $\frac{1848}{2040}=\frac{2^3\times 3\times 7\times 11}{2^3\times 3\times 5\times 17}=\frac{7\times 11}{5\times 17}=\frac{77}{85}$

Exercice 3 : On dit qu'un nombre est parfait lorsqu'il est égal à la somme de ses diviseurs sauf lui-même.
Par exemple, les diviseurs de 6 sont 1, 2, 3 et 6 et 1 + 2 + 3 = 6

1) Les diviseurs de 28 sont 1 ; 2 ; 4 ; 7 ; 14 ; 28 et $1+2+4+7+14=28$: 28 est donc un nombre parfait.

2) Les diviseurs de 30 sont 1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 6 ; 10 ; 15 ; 30 et $1+2+3+5+6+10+15=42$: 30 n'est pas un nombre parfait.

3) Un nombre premier ne peut être parfait puisque ses seuls diviseurs sont 1 et lui même. On ne peut donc additionner que le nombre 1, la somme est donc toujours de 1 et 1 n'est pas un nombre premier.

Exercice 4 :

Pour chaque affirmation vous devez indiquer si elle est vraie ou fausse en justifiant votre réponse :

1) Faux, un nombre entier est toujours divisible par 1.
2) Faux, les diviseurs de 3 sont 1, 2 et 3 ce qui fait donc un nombre impair de diviseurs.
3) Vrai, un nombre premier possède seulement deux diviseurs : 1 et lui-même.
4) Faux, 28 est un multiple de 14 plus grand que 14.

Exercice 5 :

$42=2\times 3\times 7$ et $90=2\times 3^2\times 5$

On peut donc simplifier $\frac{42}{90}$: $\frac{42}{90}=\frac{2\times 3\times 7}{2\times 3\times 3\times 5}=\frac{7}{3\times 5}=\frac{7}{15}$

On a donc l'égalité des produits en croix : $42\times 15=90\times 7=630$

On pourra donc observer cet alignement à nouveau dans 630 heures c'est à dire dans 26 jours et 6 heures.

Exercice 1 :

$A=\frac{2}{5}-\frac{3}{7}=\frac{14}{35}-\frac{15}{35}=\frac{-1}{35}$

$B=(\frac{1}{3}+\frac{4}{15})\times\frac{3}{4}=(\frac{5}{15}+\frac{4}{15})\times\frac{3}{4}=\frac{9}{15}\times\frac{3}{4}=\frac{27}{60}=\frac{9}{20}$

$C=\frac{2}{5}\times\frac{35}{8}\times\frac{3}{14}=\frac{2\times7\times5\times3}{5\times2\times4\times2\times7}=\frac{3}{8}$

$D=\frac{1}{2}\div\frac{5}{4}-\frac{5}{7}=\frac{1}{2}\times\frac{4}{5}-\frac{5}{7}=\frac{4}{10}-\frac{5}{7}=\frac{28-50}{70}=\frac{-22}{70}=\frac{-11}{35}$

Exercice 2 :

$540\ 000\ kg=5.4\times10^{5}\ kg$

$30\ 000\ kg=3\times10^{4}\ kg$

$0.000\ 006\ kg=6\times10^{-6}\ kg$

$0.000\ 000\ 003\ kg=3\times10^{-9}kg$

Exercice 3 :

1) $A=500\times10^{3}=500\ 000\quad B=41.2\times10^{-2}=0.412$
2) $C=450\ 000\times10^{3}=4.5\times10^{5}\times10^{3}=4.5\times10^{8}$

   $D=0.0095\times10^{11}=9.5\times10^{-3}\times10^{11}=9.5\times10^{8}$

Exercice 4 :

a) 1 année = $365\ j=365\times24\ h=365\times24\times3600\ s=3.1536\times10^{7}s$

   Par ailleurs $300\ 000\ km=3\times10^{5}\ km$

   La distance parcourue en une année par la lumière :

   $$d=v\times t=3\times10^{5}\times3.1536\times10^{7}\simeq9.5\times10^{12}\simeq10^{13}$$

   L'ordre de grandeur d'une année-lumière est donc $10^{13}km.-$

$b)$ $4.3\ années-lumière\simeq4.3\times10^{13}\ km.$

Temps nécessaire pour la fusée en secondes : $t=\frac{d}{v}=\frac{4.3\times10^{13}}{100}=4.3\times10^{11}$

Conversion en année : $\frac{4.3\times10^{11}}{3.1536\times10^{7}}\simeq13635$

La fusée mettra 13 635 années pour rejoindre cette étoile.

Exercice 5 :

$5^{3}=5\times5\times5\ et\ 5^{6}=5\times5\times5\times5\times5\times5$

Donc $A=\frac{5^{3}}{5^{6}}=\frac{5\times5\times5}{5\times5\times5\times5\times5\times5}=\frac{5\times5\times5}{(5\times5\times5)\times(5\times5\times5)}=\frac{1}{5\times5\times5}=\frac{1}{5^{3}}=5^{-3}$

$B=7^{3}\times7^{2}=7\times7\times7\times7\times7=7^{5}$

$C=\frac{9^{6}}{9^{2}}=\frac{9\times9\times9\times9\times9\times9}{9\times9}=9\times9\times9\times9=9^{4}=(3^{2})^{4}=3^{8}$

$D=3^{2}\times6^{4}\times3^{5}\times6^{3}=3^{2}\times3^{5}\times6^{4}\times6^{3}=3^{7}\times6^{7}=18^{7}=3^{14}\times2^{7}$

$E=(3^{2})^{5}=3^{2}\times3^{2}\times3^{2}\times3^{2}\times3^{2}=3^{10}$

5. Correction calcul littéral (dévellopements)

Exercice 1 :

1) Réponse C : $17x-35$
2) Réponse A : $(x-10)(x+10)$
3) Réponse B : 47
4) Réponse B : $(x+1)(x-2)$

Exercice 2 :

1) $A=(4x+5)^2=(4x+5)(4x+5)=16x^2+20x+20x+25=16x^2+40x+25$
$B=6a-3(5-2a)+8=6a-15+6a+8=12a-7$
$C=(4t-2)(3+2t)=12t+8t^2-6-4t=8t^2+8t-6$
$D=(5b-7)^2=(5b-7)(5b-7)=25b^2-35b-35b+49=25b^2-70b+49$

2) On considère l'expression E = $(x-3)^2+6x$

a) E = $(x-3)^2+6x$ = $(x-3)(x-3)+6x=x^2-3x-3x+9-6x=x^2+9$

b) $997^2+6000=(1000-3)^2+6\times1000=1000^2+9=1\,000\,009$

3) $A=8(2x+5)+3x-7=16x+40+3x-7=19x+33$
$B=5y+(3y+4)^2+4=5y+(3y+4)(3y+4)=5y+9y^2+12y+12y+16=9y^2+29y+20$
$C=(4a-3)(2a+5)+10=8a^2+20a-6a-15+10=8a^2+14a-5$
$D=6x-(2x-10)^2=6x-(4x^2-40x+100)=6x-4x^2+40x-100=-4x^2+46x-100$

Exercice 3 :

1) 5 – 3 = 2 ; 5 + 4 = 9 ; 2×9 = 18 ; 18 + 12 = 30 ; 30 – 25 = 5
On obtient 5 si on choisit 5 comme nombre de départ.
2) -8 – 3 = - 11 ; -8 + 4 = - 4 ; $-11\times(-4)$ = 44 ; 44 + 12 = 56 ; 56 – 64 = -8
On obtient -8 si on choisit -8 comme nombre de départ.
3) On remarque que l'on retrouve le nombre de départ dans les deux calculs
4) On note x le nombre choisi au départ et on applique le programme de calcul :
$(x-3)\times(x+4)+12-x^2=x^2+4x-3x-12+12-x^2=x$

Exercice 4 :

1) $A=2\times2-1\times3=4-3=1$ $B=3\times3-2\times4=9-8=1$ $C=4\times4-3\times5=16-15=1$
2) $D=5\times5-4\times6=25-24=1$ $E=6\times6-5\times7=36-35=1$
3) Quelle peut-on conjecturer ?
On peut conjecturer que ce type de calcul donne toujours 1 comme résultat.
4) Soit x un nombre :

$$x\times x-(x-1)\times(x+1)=x^2-(x^2-1)=x^2-x^2+1=1$$

6. Correction Calcul littéral (factorisations)

Exercice 1 :

1) Factoriser les expressions suivantes :

$A=6x+9$	$B=25x^2+7x$	$C=18y^2-6y$
$A=3(2x+3)$	$B=x(25x+7)$	$C=6y(3y-1)$

$D=(3a+2)(7a-4)+(3a+2)(2a+6)$
$D=(3a+2)(7a-4+2a+6)$
$D=(3a+2)(9a+2)$

$E=(7x+6)^2-(3x-4)(7x+6)$
$E=(7x+6)(7x+6-3x+4)$
$E=(7x+6)(4x+10)$

$F=4x^2-100$
$F=(2x)^2-10^2$
$F=(2x+10)(2x-10)$

$G=(2y+3)^2-36$
$G=(2y+3)^2-6^2$
$G=(2y+3+6)(2y+3-6)$
$G=(2y+9)(2y-3)$

Exercice 2 :

1) $E=(x+1)^2-x^2$
$E=(x+1+x)(x+1-x)$
$E=(2x+1)\times 1$
$E=2x+1$

2) W = $201^2 - 200^2$ est égal à $(200+1)^2-200^2$ et donc à l'expression E lorsque $x=200$

On a donc $W=2\times 200+1=401$

Exercice 3 :

1) Si on choisit 4, alors on a : 4 +1 = 5 puis $5^2=25$ et donc 25 – 16 = 9. Le résultat est bien 9.

2) Si on choisit -3 alors on a : $-3+1=-2$ puis $(-2)^2=4$ et donc $4-16=-12$

3) Si on appelle x le nombre choisi alors on a : $x+1=x+1$ puis $(x+1)^2=x^2+2x+1$ et donc
$P=x^2+2x+1-16=x^2+2x-15$

4) On va développer l'expression $(x-3)(x+5)$: $(x-3)(x+5)=x^2+5x-3x-15=x^2+2x-15$

C'est bien égal à P , on a donc bien la factorisation $P=(x-3)(x+5)$

5) Si on remplace x par 1003, alors on a : $P=(1003-3)\times(1003+5)=1000\times 1008=1\,008\,000$

7. Correction calcul littéral (équations)

Exercice 1 :

1) C'est $x=3$ car dans l'expression de gauche on a $5\times3+1=15+1=16$

2) C'est $x=1$ car dans l'expression de gauche on a $5\times1-1=5-1=4$ et dans celle de droite on a $1+3=4$

3) C'est $x=5$ car dans l'expression de gauche on a $5^2-7=25-7=18$ et dans celle de droite on a $3\times(5+1)=3\times6=18$

Exercice 2 :

1) On résout $6x+9=3x-6$ qui équivaut à $6x-3x=-6-9$ et donc à $3x=-15$ et donc on a $x=-5$

La solution est -5

2) Résoudre l'équation $5x-6=11$

On résout $5x-6=11$ qui équivaut à $5x=17$ et donc à $x=\frac{17}{5}$. La solution est $\frac{17}{5}$

3) Résoudre l'équation $5(2x-4)=6x+7$

On résout $5(2x-4)=6x+7$ qui équivaut à $10x-8=6x+7$ et donc à $10x-6x=7+8$ puis à $4x=15$ et donc à $\frac{15}{4}$. La solution est $\frac{15}{4}$

Exercice 3 :

1) Si on appelle x le prix d'une bande dessinée, alors on a l'équation $2x+7=4x-16$

On résout $2x+7=4x-16$ qui équivaut à $2x-4x=-16-7$ et donc à $-2x=-23$ et donc on a $x=\frac{-23}{-2}=11{,}5$ Le prix d'une bande dessinée est de 11,50 €

2) Si on appelle x mon age, alors l'âge de Julie est $x+2$ et l'âge de Marc est $2x$.

On résout donc l'équation $x+x+2+2x=110$ qui équivaut à $4x+2=110$ et donc à $4x=108$ et donc à $x=\frac{108}{4}=27$. Nos ages sont donc de 27ans, 29 ans et 54 ans.

3) Si on appelle x le nombre de spectateurs ayant payé 5 €, alors il y a eu $56-x$ spectateurs ayant payé 8 €

On résout donc l'équation $5x+8(56-x)=352$ ce qui équivaut à $5x+448-8x=352$ et donc à $-3x=352-448$. On a donc $-3x=-96$ ce qui donne $x=\frac{-96}{-3}=32.$

Il y a eu 32 spectateurs ayant payé 5 € et 24 ayant payé 8 €.

Exercice 4 :

1)Puisque $(2x-5)(4x+20)=0$ est une équation à produit nul, alors on a $2x-5=0$ ou $4x+20=0$

On résout $2x-5=0$ ce qui équivaut à $2x=5$ et donc $x=\frac{5}{2}=2{,}5$

On résout $4x+20=0$ ce qui équivaut à $4x=-20$ et donc $x=\frac{-20}{4}=-5.$ Les solutions sont 2,5 et -5

2) Puisque $(3a+4)(5a-8)=0$ est une équation à produit nul, alors on a $3a+4=0$ ou $5a-8=0$

On résout $3a+4=0$ ce qui équivaut à $3a=-4$ et donc $a=\frac{-4}{3}$

On résout $5a-8=0$ ce qui équivaut à $5a=8$ et donc $a=\frac{8}{5}$ Les solutions sont $\frac{-4}{3}$ et $\frac{8}{5}$

Exercice 5 :

1) $x^2-49=x^2-7^2=(x+7)(x-7)$

2) Puisque $(x+7)(x-7)=0$ est une équation à produit nul, alors on a $x+7=0$ ou $x-7=0$

On résout $x+7=0$ ce qui donne $x=-7$

On résout $x-7=0$ ce qui donne $x=7$. Les solutions sont – 7 et 7

3) On résout l'équation $4x^2=81$ qui équivaut à $4x^2-81=0$.

Si on factorise cette expression, on obtient $(2x+9)(2x-9)=0$

Puisque $(2x+9)(2x-9)=0$ est une équation à produit nul, alors on a $2x+9=0$ ou $2x-9=0$

On résout $2x+9=0$ ce qui donne $2x=-9$ et donc $x=-4{,}5$

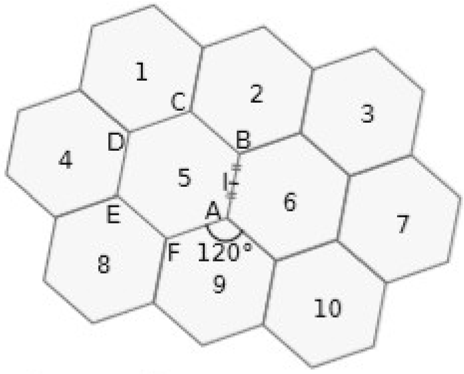
On résout $2x-9=0$ ce qui donne $2x=9$ et donc $x=4{,}5$. Les solutions sont – 4,5 et 4,5.

De même, les solutions de l'équation $25x^2=100$ sont 2 et -2

8. Correction les transformations

Exercice 1 :

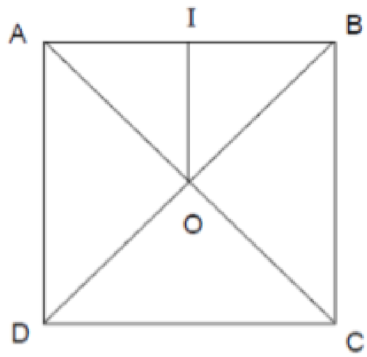
La figure suivante est constituée de dix hexagones réguliers numérotés de 1 à 10. L'hexagone 5 est noté ABCDEF.
Le point I est le milieu du segment [AB].



1) Quelle est l'image de l'hexagone 4 par la symétrie de centre I ?**hexagone 7**
2) Quelle est l’image de l'hexagone 2 par la symétrie d'axe (CB) ? **hexagone 5**
3) Quelle est l’image de l'hexagone 3 par la translation qui transforme A en E ? **hexagone 2**
4) Quelle est l’image de l'hexagone 9 par la rotation de centre A et d'angle 120° dans le sens horaire ? **hexagone 5**

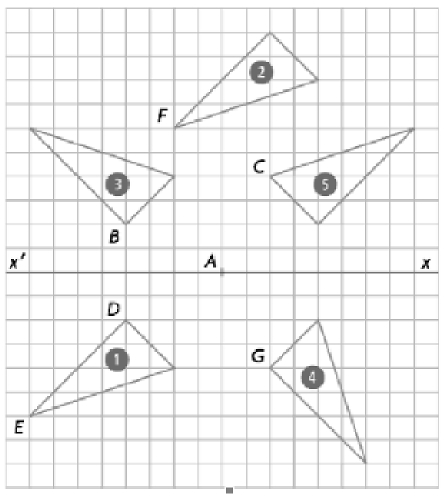
Exercice 2 :

Compléter les phrases suivantes :



a) La symétrie d’axe (OI) transforme A en **B**
b) La rotation de centre **O** et d’angle **90°** dans le sens **horaire** transforme B en C
c) La symétrie centrale de centre O transforme **B** en **D** **(par exemple)**
d) La translation qui transforme D en O transforme O en **B**
e) Les triangles AIO et IBO sont symétriques par rapport à **l’axe (OI)**
f) Les triangles AOB et COD sont symétriques par rapport à **O .**

Exercice 3 :



1) Quelle est la transformation qui permet de transformer le triangle 1 en triangle 2 ? **la translation de vecteur qui transforme E en F**
2) Quelle est la transformation qui permet de transformer le triangle 1 en triangle 3 ? **la symétrie d’axe (xx’)**
3) Quelle est la transformation qui permet de transformer le triangle 1 en triangle 4 ?
la rotation de cenre A, d’angle 90° dans le sens anti horaire
4) Quelle est la transformation qui permet de transformer le triangle 1 en triangle 5 ? **la symétrie centrale de centre A**

Théorème de Pythagore :
Étant donné un triangle ABC rectangle en A, alors $AB^2 + AC^2 = BC^2$.

Exercice 1

- Dans le triangle IJK rectangle en K, d'après le théorème de Pythagore :
  $KI^2 + KJ^2 = IJ^2$ donc $6^2+11^2 = IJ^2$ on a donc $IJ^2 = 157$ d'où $\boxed{IJ=\sqrt{157}\approx 12{,}5\,cm}$
- Dans le triangle SUM rectangle en U :
  $US^2+UM^2= SM^2$ donc $5^2+UM^2 = 13^2$ d'où $25 + UM^2 = 169$ Alors $UM^2 = 169-25 = 144$.
  Donc $\boxed{UM=\sqrt{144}=12\,cm}$

Exercice 2

Désignons par P le pied de l'échelle, par H le haut de l'échelle et par A le pied de l'arbre.
Alors le triangle PHA peut être considéré comme un triangle rectangle en A
(si l'arbre est bien vertical et le sol est bien horizontal).
On a donc, par le théorème de Pythagore, :
$AP^2+AH^2= PH^2$ donc $AH^2 = 5^2-1{,}5^2$ donc $AH^2 = 22{,}75$.
on a alors $\boxed{AH=\sqrt{22{,}75}\approx 4{,}77\,m}$.
Si Juliette a le bras assez long à cette hauteur, elle pourra attraper son drone.

Exercice 3

On veut donc savoir si NR = 6 cm.
On calcule d'abord la valeur exacte de la longueur ER :
Dans le triangle IER rectangle en I, par le théorème de Pythagore , $ER^2 = IE^2 +IR^2$
Donc $ER^2 = 10{,}5^2+6^2 = 146{,}25$.
Donc $\boxed{ER=\sqrt{146{,}25}}$
Dans le triangle ERN rectangle en R, $EN^2 = RE^2 + RN^2$ donc $RN^2=13{,}5^2-\sqrt{146{,}25}^2$.
Donc $RN^2 =182{,}25-146{,}25=36$. On en déduit que $\boxed{RN=\sqrt{36}=6\,cm}$.
<u>Les longueurs NR et EI sont donc bien égales</u>.

Théorème de Thalès
Soient deux droites *d* et *d'* sécantes en un point O.
Soient M et N sur la droite *d* et M' et N' deux points sur la droite *d'*
tels que les droites (MN) et (M'N') soient parallèles.
Alors $\frac{OM'}{OM}=\frac{ON'}{ON}=\frac{M'N'}{MN}$
Les deux triangles OMN et OM'N' sont alors en réduction /agrandissement ;

Exercice 4

Comme les droites (RP) et (ST) sont parallèles, alors les triangles IRP et IST sont en configuration de Thalès et donc $\frac{IS}{IR}=\frac{IT}{IP}=\frac{ST}{RP}$

- $\frac{IS}{IR}=\frac{IT}{IP}$ donc $\frac{10}{8}=\frac{IT}{4{,}8}$ alors $IT=\frac{10}{8}\times 4{,}8$ donc **IT =6 cm**
- $\frac{IS}{IR}=\frac{ST}{RP}$ donc $\frac{10}{8}=\frac{ST}{10}$ donc $ST=\frac{10}{8}\times 10$ donc **ST =12,5 cm**

Exercice 5

Par le théorème de Pythagore, dans le triangle ABC rectangle en A,

$BC^2 = AB^2 + AC^2$ donc $BC^2 = 300^2+400^2$ donc $BC^2 = 250000$ donc $\boxed{BC=\sqrt{250000}=500\,m}$

Les triangles ABC et DEF sont en configuration de Thalès, donc le triangle DEF est un agrandissement du triangle ABC.

Le rapport de cet agrandissement est $\boxed{\frac{DE}{AC}=\frac{1000}{400}=2{,}5}$.

Le périmètre du triangle DEF est donc égal à 2,5 fois celui du triangle ABC.

Comme le périmètre de ABC est 300 +400 +500 = 1200 m alors celui de DEF est $2{,}5 \times 1200 = 3000$ m.

Par conséquent le parcours a une longueur totale de **1200+ 3000 = 4 200 mètres**

10. Correction Thalès et Pythagore (réciproques)

Exercice n°1 :

Dans le triangle ABC, [BC] est le côté le plus long.

$$\left.\begin{array}{r} BC^2=53^2=2809 \\ AC^2+AB^2=45^2+28^2=2809 \end{array}\right\} donc\ BC^2=AC^2+AB^2$$

L'égalité de Pythagore est vérifiée.

D'après la réciproque du théorème de Pythagore le triangle ABC est rectangle en A.

Exercice n°2 :

Avec sa règle de 1 mètre (100 cm), le maçon peut voir si l'égalité de Pythagore est vérifiée.

En effet $60^2 + 80^2 = 10\ 000 = 100^2$

Si la distance entre ces deux points est de 1 mètre (100 cm) alors l'égalité de Pythagore est vérifiée. D'après la réciproque du théorème de Pythagore le triangle est rectangle et le mur est vertical par rapport au sol.

Si la distance entre ces deux points n'est pas de 1 mètre (100 cm) alors l'égalité de Pythagore n'est pas vérifiée. D'après la contraposée du théorème de Pythagore le triangle n'est pas rectangle et le mur n'est pas vertical par rapport au sol.

Exercice n°3 :

1/ Les droites (LF) et (EJ) semblent être parallèles et les droites (LM) et (JK) semblent être parallèles

2/ La réciproque du théorème de Thalès ou la contraposée du théorème de Thalès permettent de le démontrer. Dans chaque cas les figures forment une configuration de Thalès « Papillon » et « triangles emboîtés ».

Cas 1 :

$$\left.\begin{array}{r} \frac{ML}{MJ}=\frac{3}{7} \\ \frac{MF}{ME}=\frac{1,8}{4,2}=\frac{3}{7} \end{array}\right\} donc\ \frac{ML}{MJ}=\frac{MF}{ME}$$

L'égalité des rapports de Thalès est vérifiée.

D'après la réciproque du théorème de Thalès les droites (LF) et (EJ) sont parallèles.

Cas 2 :

$$\left.\begin{array}{r} \frac{IL}{IJ}=\frac{3}{8}=0,375 \\ \frac{IM}{IK}=\frac{1,8}{4,2}=\frac{3}{7}\approx 0,417 \end{array}\right\} donc\ \frac{IL}{IJ}\neq\frac{IM}{IK}$$

L'égalité des rapports de Thalès ne sont pas vérifiée.

D'après la contraposée du théorème de Thalès les droites (LM) et (JK) ne sont pas parallèles.

Exercice n°4 :

Cette figure forme une configuration de Thalès (« papillon »)

$$\left.\begin{array}{r} \frac{OB}{OC}=\frac{45}{60}=0,75 \\ \frac{AB}{CD}=\frac{76}{100}=0,76 \end{array}\right\} donc\ \frac{OB}{OC}\neq\frac{AB}{CD}$$

L'égalité des rapports de Thalès n'est pas vérifiée.

D'après la contraposée du théorème de Thalès, les droites (AB) et (CD) ne sont pas parallèles

Donc les plateaux de cette desserte ne sont pas parallèles

11. Correction trigonométrie

Exercice 1 :

Dans le triangle STU rectangle en T,

$$\sin\left(\widehat{UST}\right)=\frac{TU}{SU}=\frac{7}{14}=\frac{1}{2}$$

$$\widehat{UST}=\sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)=30°$$

Exercice 2 :

1) Dans le triangle RPS rectangle en R,

$$\sin\left(\widehat{SPR}\right)=\frac{SR}{SP}=\frac{200}{370}=\frac{20}{37}$$

$$\widehat{SPR}=\sin^{-1}\left(\frac{20}{37}\right)\approx 32{,}7°$$

$\widehat{SPR}<35°$, donc la piste n'est pas considérée comme dangereuse.

2) Dans le triangle RPS rectangle en R, d'après le théorème de Pythagore,

$$PS^2=RP^2+RS^2$$

$$RP^2=PS^2-RS^2$$

$$RP^2=370^2-200^2=96\,900$$

$$RP=\sqrt{96\,900}\approx 311{,}3\,\text{m}$$

Exercice 3 :

Dans le triangle GHI rectangle en H,

$$\tan\left(\widehat{GIH}\right)=\frac{GH}{HI}$$

$$\tan(40°)=\frac{3}{HI} \quad \text{donc} \quad HI=\frac{3}{\tan(40°)}\approx 3{,}6\,\text{cm}$$

Exercice 4 :

Dans le triangle CPS rectangle en P,

$$\tan\left(\widehat{CSP}\right)=\frac{CP}{PS} \quad \text{et} \quad \cos\left(\widehat{CSP}\right)=\frac{PS}{CS}$$

$$\tan(25°)=\frac{CP}{4{,}5} \quad \text{donc} \quad CP=4{,}5\times\tan(25°)\,\text{m}$$

$$\cos(25°)=\frac{4{,}5}{CS} \quad \text{donc} \quad CS=\frac{4{,}5}{\cos(25°)}\,\text{m}$$

La hauteur initiale de l'arbre est : $CP+CS=4{,}5\tan(25°)+\dfrac{4{,}5}{\cos(25°)}\approx 7{,}1\,\text{m}$.

12. Correction géométrie dans l'espace

Exercice 1 :

Le point A a pour coordonnées $(8\ ;8\ ;0)$

Le point B a pour coordonnées $(0\ ;8\ ;5)$

Le point C a pour coordonnées $(8\ ;0\ ;5)$

Le point V a pour latitude $60°N$ et pour longitude $40°O$

Le point U a pour latitude $20°N$ et pour longitude $0°O$

Le point Y a pour latitude $20°N$ et pour longitude $80°E$

Le point P a pour latitude $0°N$ et pour longitude $40°O$

Le point Q a pour latitude $40°S$ et pour longitude $20°E$

Exercice 2 :

Volume d'un parallélépipède droit

$V=L\times l\times h$

$V=5\times 3\times 4$

$V=60\ \ cm^3$

Volume d'une sphère de rayon R

$V=\frac{4}{3}\pi R^3$

$V=\frac{4}{3}\pi\times 6^3$

$V=\frac{4}{3}\pi\times 3\times 2\times 6^2$

$V=8\times 36\pi$

$V=288\pi\ \ cm^3$

Volume d'un prisme droit

$V=B\times h$

La base de ce prisme est un triangle rectangle dont un côté mesure $3\ cm$ et sa hauteur relative $5\ cm$.

$B=\frac{1}{2}\times 3\times 5=\frac{15}{2}\ \ cm^2$

Hauteur du prisme,

$h=4\ \ cm$

$V=\frac{15}{2}\times 4$

$V=15\times 2=30\ \ cm^3$

Volume d'un cône

$V=\frac{1}{3}B\times h$

La base de ce cône est un disque de rayon $r=4\ \ cm$

$B=\pi r^2$

$B=\pi\times 4^2=16\pi\ \ cm^2$

Hauteur du cône,

$h=9\ \ cm$

$V=\frac{1}{3}\times 16\pi\times 9$

$V=16\pi\times 3$

$V=48\pi\ \ cm^3$

Volume d'un cylindre

$V=B\times h$

La base de ce cylindre est un disque de rayon $r=\frac{5}{2}\ \ cm$

$B=\pi r^2$

$B=\pi\times\left(\frac{5}{2}\right)^2=\frac{25\pi}{4}\ \ cm^2$

Hauteur du cylindre,

$h=8\ \ cm$

$V=\frac{25\pi}{4}\times 8$

$V=25\pi\times 2$

$V\ \ =50\pi\ \ cm^3$

Volume d'une pyramide

$V=\frac{1}{3}B\times h$

La base de la pyramide est un rectangle de longueur $6\ cm$ et de largeur $4\ cm$

$B=6\times 4=24\ \ cm^2$

Hauteur de la pyramide,

$h=5\ \ cm$

$V=\frac{1}{3}\times 24\times 5$

$V=\frac{1}{3}\times 3\times 8\times 5$

$V=40\ \ cm^3$

2) Notons V_1 le volume du cône.

$V_1=\frac{B\times h}{3}$

Notons V_2 le volume de la demi-boule.

Calcul du volume total du cornet

$V=V_1+V_2$

$V=30\pi+18\pi$

$V=48\pi\ \ cm^3$

$V_1 = \frac{\pi \times 3^2 \times 10}{3}$ $V_1 = 3 \times 10 \times \pi$ $V_1 = 30\pi \ \ cm^3$	$V_2 = \frac{\frac{1}{2} \times 4}{3} \pi R^3 \ \ soit \ \ V_1 = \frac{2}{3} \pi R^3$ $V_2 = \frac{2 \times 3^3 \times \pi}{3}$ $V_2 = 2 \times 3^2 \times \pi$ $V_2 = 18\pi \ \ cm^3$

13. Correction Statistiques

Exercice 1 :

1) $m=\frac{165+175+187+165+170+181+174+184+171+166+178+177+176+174+176}{15}=174{,}5$

La moyenne est de 174,5 cm

2) On a : 165= 165 < 166 < 170 < 171< 174 = 174 < 175 < 176 = 176 < 177 < 178 < 181 < 184 < 187

La médiane est la 8ème valeur : c'est 175. La médiane est de 175cm

Ceci signifie que la moitié des joueurs mesurent moins de 1m75 et donc la moitié mesurent plus de 1m75.

3) $E=187-165=22$. L'étendue est de 22 cm

Exercice 2 :

1)

Temps de travail	0 min	15 min	30 min	45 min	60 min
Effectifs	1	2	12	6	3

2) $m=\frac{1\times0+15\times2+30\times12+15\times6+60\times3}{24}=35$ La moyenne est de 35 minutes.

3) Puisqu' il y a 24 valeurs, alors la médiane est située entre la 12eme et la 13eme valeur ; c'est donc 30min.

La médiane est de 30 minutes : la moitié des élèves travaillent 30 min ou moins, l'autre moitié travaillent 30 min ou plus.

4) $E=60-0=60$ L'étendue est de 60 minutes.

Exercice 3 :

1) Classe n °1 : $m=\frac{1+2\times4+3\times8+6\times5+7\times3}{21}=\frac{84}{21}=4$ La moyenne est de 4 livres.

La moyenne est donc identique dans les deux classes.

2) Il y a 8 grands lecteurs dans la classe n°1 et puisque la médiane est de 5 dans la classe n°2, on en déduit qu'il y a au minimum 12 grands lecteurs.

3) Dans la classe n°1, l'élève ayant emprunté le plus de livres est à 7 alors que dans la classe n°2, l'étendue est de 8. On en déduit donc que dans la classe n°2, un élève a emprunté au minimum 8 livres.

Exercice 1.

- F : "Tirer un triangle gris foncé."
- P : "Tirer un nombre pair."
- M "Tirer un multiple de 5."

1) On a $\text{card}(F) = 3$, donc $p(F) = \frac{3}{9} = \boxed{\frac{1}{3}}$.

Ainsi, $p(\overline{F}) = 1 - p(F) = \boxed{\frac{2}{3}}$.

2) On a $P \cap F = \{6; 8\}$, donc $p(P \cap F) = \boxed{\frac{2}{9}}$.

3) Ils ne sont pas incompatibles car 9 appartient aux deux ensembles. Donc $\overline{F} \cap M \neq \emptyset$.

Exercice 2.

1)

	B	V	R
B	BB	BV	BR
V	VB	VV	VR
R	RB	RV	RR

2) Il suffit de compter le nombre de cases : la probabilité cherchée vaut $p = \frac{6}{9} = \boxed{\frac{2}{3}}$.

Exercice 3.

1)

	Garçons	Filles	Total
Espagnol LV2	28	52	80
Allemand LV2	12	8	20
Total	40	60	100

Données complétées.

2) a) $p_a = \frac{20}{100} = \boxed{\frac{1}{5}}$.

b) $p_b = \frac{60}{100} = \boxed{\frac{3}{5}}$.

c) $p_c = \frac{28}{100} = \boxed{\frac{7}{25}}$.

3) $p = \frac{8}{20} = \boxed{\frac{2}{5}}$.