Chers élèves,

afin que vous puissiez aborder le programme de spécialité Mathématiques en 1ère générale dans de bonnes conditions, nous vous proposons un programme d'entrainement pendant les grandes vacances. Dix thèmes, correspondant aux automatismes qui doivent absolument être maîtrisés, ont été retenus. L'accent est mis sur les méthodes et sur le calcul, plus que sur les raisonnements et les résolutions de problèmes.
Afin que vous puissiez travailler efficacement et en autonomie, pour chacun des thèmes retenus, une liste d'exercices corrigés (avec fiches méthodes) issus du manuel ***Sésamath*** (qui est accessible gratuitement en ligne) est proposée.
Ce travail pourra être complété en refaisant les exercices qui ont été corrigés avec votre professeur pendant l'année écoulée, en utilisant le cours de cette année ou le cours du manuel et en s'entrainant grâce aux exercices interactifs proposés dans ***Mathenpoche*** (Mathenpoche est également accessible gratuitement à partir de la page d'accueil du site Sésamath).
Il vous appartient de vous organiser pour mettre en œuvre ce programme. Chacun peut le travailler à son rythme. Néanmoins, nous vous conseillons d'étaler le travail dans le temps (il est plus efficace d'en faire un peu tous les jours que de concentrer tout l'effort sur trois ou quatre jours) et, surtout, de ne pas vous y prendre au dernier moment ! Vous pouvez par exemple profiter de tout le temps libre dont vous allez disposer en juin pour vous engager dans ce travail.
Pour que vous puissiez vous auto-évaluer, sur chaque thème, des exercices corrigés vous sont proposés. Lors de la première semaine de cours du mois de septembre, un contrôle, qui comptera dans la moyenne, sera organisé dans chaque classe de 1ère (générale, STI2D). Des exercices de cette liste pour l'auto-évaluation seront repris dans le contrôle (au moins la moitié des questions du contrôle).

Bon travail et bonnes vacances à tous !

Vous trouverez sur la page d'accueil de https://www.sesamath.net :

Liste des thèmes

1. Développer, factoriser

Pour s'entrainer

Exercice résolu 1 page 97, 1 page 97, exercice résolu 2 page 97, exercice 3 page 97, exercice 31 page 100, exercice 36 page 100 ; exercices 122 à 141 page 110

Exercices à savoir faire

Exercice 1.1. Développer, réduire et ordonner

$A=(1+2x)^2$ $\quad B=(2-3x)(2+3x)$ $\quad C=(x-1)(x-3)$

$D=(1+2x)(1-2x)(1+x)$ $\quad E=(2x+1)^2-1$ $\quad F=1-(1-3x)(1+x)$

Exercice 1.2. Développer, réduire et ordonner

a) $17-3(x+3)$ b) $(3x-2)(2x+5)$ c) $(x+8)^2-5$ d) $(2x-1)(4x-5)$

Exercice 1.4. Développer, réduire et ordonner

a) $-3x^2+6x(x-2)$ b) $5(x+3)(x+1)$ c) $(2x-1)^2-x^2$ d) $4x(2x-1)-8x(x^2-5)$

Exercice 1.5. Développer, réduire et ordonner

A = $5x-(3x-5)^2$ B = $(3x+6)(5x-2)$ C = $5x-(3x+5)^2$ D = $(3x+6)(5x-2)$

Exercice 1.6. Factoriser les expressions suivantes.

$A=(x-3)(2x+5)-2(2x+5)$ $\quad B=(2x+1)(x-3)-(2x+1)$ $\quad C=x^2+10x+25$

$D=(2x+3)(1-x)-(4x+6)$ $\quad E=(1+2x)^2-(2-x)^2$ $\quad F=4x^2-12x+9$

Exercice 1.7. Factoriser en utilisant une identité remarquable

a) x^2-4x+4 b) $9x^2+30x+25$ c) $4(x+5)^2-7$ d) $4x^2-9$ e) $-x^2+16$

Exercice 1.8. : Factoriser en utilisant une identité remarquable

a) $4(x-1)^2-9$ b) $4-12x+9x^2$ c) $3-4x^2$ d) $9(x+2)^2-1$ e) $10-9x^2$

Exercice 1.9 : Factoriser les expressions ci-dessous en produit de facteurs du premier degré

$A=(2x+3)(5x-1)-(2x+3)$ $\quad B=(x-3)(2x+5)-4x^2+25$

$C=4x^2+(2x+1)(3x-5)+4x+1$ $\quad D=(3x-1)(2x+5)-(3x-1)$

Exercice 1.10. Calculer sans calculatrice en utilisant une identité remarquable

$a=3\,678\,945\,678^2-3\,678\,945\,677\times3\,678\,945\,679$ $\quad b=999^2$

$c=1\,002^2$ $\quad d=1005\times995$ $\quad e=1{,}97\times2{,}03$

2. Quotients et fractions

Pour s'entrainer

Exercice résolu 3 page 52, exercice 7 page 52, exercice 51 page 55, exercices 151 à 157 page 67
Exercice résolu 3 page 98, exercice 5 page 98, exercice 40 page 101, exercices 142 à 147 page 111

Exercices à savoir faire

Exercice 2.1 : Calculer et donner chaque résultat sous la forme d'une fraction irréductible ou d'un entier

$$a=\frac{3}{4}-\frac{2}{3}\div\frac{3}{2}\qquad b=\frac{3}{4}-\frac{2}{3}\times\frac{3}{2}\qquad c=\frac{3}{\frac{1}{2}}\times\frac{3}{2}\qquad d=5\times\frac{1-\frac{1}{2}}{3}\qquad e=\frac{14\times10^2\times9\times10^5}{21\times10^3}$$

Exercice 2.2 : Calculer et donner chaque résultat sous la forme d'une fraction irréductible ou d'un entier

$$a=\frac{2}{3}+\frac{4}{7}\qquad b=\frac{5}{13}-2\qquad c=\frac{23}{26}-\frac{12}{39}\qquad d=\frac{\frac{15}{4}}{\frac{21}{16}}\qquad e=\frac{4}{35}\times8\qquad f=\frac{-21}{35}\div\frac{3}{10}$$

Exercice 2.3 : Calculer et donner chaque résultat sous la forme d'une fraction irréductible ou d'un entier

$$a=\frac{42}{75}-\left(-\frac{22}{30}\right)\qquad b=-\frac{1}{25}-8\qquad c=\frac{26}{77}\div\frac{39}{21}\qquad d=\frac{1{,}6\times10^{-10}}{4\times10^{-9}}\qquad e=\frac{5}{4}-\frac{7}{4}\times\frac{7}{8}$$

Exercice 2.4 : Calculer et donner chaque résultat sous la forme d'une fraction irréductible ou d'un entier

$$a=\frac{3}{4}\div\frac{5}{2}\qquad b=\left(4+\frac{3}{4}\right)\left[5-\frac{7}{5}\times(-10)\right]\qquad c=-15\times\frac{7}{25}-\frac{6}{7}\times\frac{14}{9}\times\frac{27}{15}\qquad d=\frac{2\times\frac{3}{4}-5\times\frac{7}{4}}{1+\frac{10}{9}\times\frac{5}{4}}$$

Exercice 2.5 : Dans cet exercice, x est un réel tel que les dénominateurs ne s'annulent pas.
Réduire les expressions suivantes :

$$A=1+\frac{4}{2x+1}\qquad B=2-\frac{3}{1-3x}\qquad C=\frac{1}{2}-\frac{3x+1}{x+1}$$

Exercice 2.6 : Dans cet exercice, x est un réel tel que les dénominateurs ne s'annulent pas.
Réduire les expressions suivantes :

$$A=1+\frac{x+1}{2x+1}\qquad B=1-\frac{1}{1+x}\qquad C=\frac{1}{3x}-\frac{1+x}{2x-3}$$

Exercice 2.7 : Simplifier les expression fractionnaires suivantes après avoir préciser leur ensemble de définition.

$$a=\frac{10x^2+15}{25x-5}\qquad b=\frac{26x^2-39}{13x}\qquad c=\frac{3x+1}{9x^2+6x+1}\qquad d=\frac{1}{x+1}+\frac{x}{x-1}$$

Exercice 2.8 : résoudre chaque équation ci-dessous

a) $\frac{4}{5}x-\frac{4}{3}=2x+\frac{1}{7}$ b) $-\frac{8}{3}x+5=\frac{1}{9}x+9$ c) $\left(\frac{1}{3}x+1\right)(3x-4)=\left(x-\frac{1}{5}\right)^2$

Exercice 2.9 : résoudre chaque inéquation ci-dessous et donner la solution sous forme d'intervalle

a) $\frac{2}{3}x+11\leq x+\frac{2}{5}$ b) $-\frac{1}{4}x+\frac{1}{9}>-x$ c) $x+2\leq\frac{x+1}{4}$

Exercice 2.10. Développer, réduire et ordonner

a) $\frac{1}{4}x^2+x\left(x-\frac{1}{3}\right)$ b) $\frac{3}{2}\left(x+\frac{3}{5}\right)\left(x-\frac{8}{3}\right)$ c) $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\left(x-\frac{1}{4}\right)^2$ d) $4\left(x-\frac{1}{7}\right)\left(x+\frac{3}{7}\right)$

3. Puissances

Pour s'entrainer

Exercice résolu 2 page 51, exercice 4 page 51, exercice 45 page 55, exercices 142 à 150 page 66

Exercices à savoir faire

Exercice 3.1 : Parmi les quatre valeurs proposées pour le nombre $31 \times 10^5 \times 122 \times 10^6$, une seule est juste. En cherchant l'ordre de grandeur du résultat et sans calculatrice, trouver laquelle.

a) 3782×10^{12} b) $3,782 \times 10^{14}$ c) $3,782 \times 10^{16}$ d) $0,3872 \times 10^{13}$

Exercice 3.2 : Calculer

$a = 8 \times 5^2 - (3+4)^2 + 7 \times 2^3$ $b = (2-9)^2 + 3 \times (-5)^3 + 2 \times 3^2$

$c = -5^4 - 3 \times (-5+2)^3 - (7 \times 2)^2$ $d = (7+13)^3 - (9 \times 2 + 12)^2$

Exercice 3.3 : Écrire sous forme décimale

$a = 31000 \times 10^{-4}$ $b = 7,2 \times 10^3$ $c = 0,5 \times 10^{-2}$ $d = 5 \times 10^{-7} \times 2 \times 10^9$

Exercice 3.4 : Simplifier les nombres suivants

$a = \dfrac{3^2 \times 7}{7^2 \times 3}$ $b = \dfrac{9 \times 10^2}{3 \times 5^3}$ $c = \dfrac{2^4 \times 8^4}{2 \times 16^3}$ $d = \dfrac{3^5 \times 8^7 \times 6^3}{3^6 \times 12^3 \times 8^4 \times 4^3}$

Exercice 3.5 : Effectuer les calculs suivants et donner le résultat sous la forme 5^n où 5 est un entier relatif.

$a = 5^2 \times 5^{-3}$ $b = \dfrac{5^8}{5^{-2}}$ $c = (5^2)^{-2}$ $d = 3 \times 5^4 + 2 \times 5^4$ $e = \dfrac{5^{-3} \times 5^4}{5 \times 25^3}$

Exercice 3.6 : a. Démontrer que pour tout entier naturel n, le nombre $5^n + 5^{n+1}$ est un multiple de 6.
b. Démontrer que pour tout entier naturel n, le nombre $2^n + 2^{n+3}$ est un multiple de 9.

Exercice 3.7 : Pour chaque calcul donner le résultat sous la forme d'un produit de puissances de 2 et de 5.

$a = 25 \times 100 \times 5^{-3}$ $b = \dfrac{125 \times 12}{30}$ $c = 125^2 \times 100^3$ $d = 0,002 \times 0,0025$ $e = \dfrac{35^{-1} \times 49}{14}$

Exercice 3.8 : Pour chaque calcul donner le résultat sous la forme d'un produit de puissances de 3 et de 7.

$a = 49 \times 21 \times 27$ $b = \dfrac{343 \times 15}{35}$ $c = 49^5 \times 21^3$ $d = 7000 \times 0,049$

Exercice 3.9 : Pour chaque calcul donner le résultat sous la forme d'un produit de puissances de 2 et de 7.

$a = 14 \times 2^n$ $b = \dfrac{7^{n+1} \times 2^{2n+3}}{28}$ $c = 49^{n-3} \times 28^3$ $d = 14^{n+1} \times 0,25^2$ $e = \dfrac{4^{-3} \times 7}{2^{3n}}$

Exercice 3.10 : Soit n un entier relatif. Dans chacun des cas suivants, exprimer $u \times v$ et $\dfrac{u}{v}$ sous la forme $a \times q^{m \times n + p}$ où :

- a est un nombre rationnel exprimé sous forme d'une fraction irréductible ou d'un entier relatif premier avec q
- m et p sont deux entiers relatifs.

Par exemple pour $u = 3 \times 2^{n+1}, v = 10 \times 2^{n+3}, q = 2$: $u \times v = 15 \times 2^{2n+5}$ et $\dfrac{u}{v} = \frac{3}{5} \times 2^{-1}$

a) $u = 7 \times 2^{3n+1}, v = -3 \times 2^{5n}, q = 2$ b) $u = 12 \times 2^{n-1}, v = 3 \times 2^n, q = 2$

c) $u = 10 \times 5^n, v = -2 \times 5^{n+1}, q = 5$ d) $u = 4 \times 3^{n-1}, v = 3^{n+4}, q = 3$

4. Racines carrées

Pour s'entrainer

Exercice résolu 4 page 53, exercice 11 page 53, exercice 56 page 56, exercices 158 à 164 page 67

Exercices à savoir faire

Exercice 4.1 : Simplifier l'écriture des nombres suivants

$$a = \sqrt{300} - \sqrt{12} - \sqrt{27} \qquad b = \sqrt{125} - 15\sqrt{5} + \sqrt{245}$$

$$\mathrm{c} = \sqrt{14} \times \sqrt{21} \times \sqrt{6} \qquad d = \sqrt{63} + 5\sqrt{7} - \sqrt{700}$$

Exercice 4.2 : Simplifier l'écriture des nombres A, B, C et D.

$$A = 2\sqrt{3} \times \sqrt{3} \qquad B = 4\sqrt{5} \times 3\sqrt{5} \qquad C = \left(-\sqrt{5}\right)^2 \qquad D = \left(3\sqrt{2}\right)^2$$

Exercice 4.3 : On pose $A = 8 + \sqrt{2}$ et $B = 3\sqrt{2} - 1$

Écrire sous la forme $a + b\sqrt{2}$, avec a et b entiers, les nombres $A + B$, $A - B$, $A \times B$ et B^2.

Exercice 4.4 : Simplifier l'écriture des nombres suivants

$$a = \sqrt{3}\sqrt{12} \quad b = \sqrt{5}\sqrt{20} \quad c = 2\sqrt{3}\sqrt{12} \quad d = \sqrt{7^3} \quad e = \sqrt{200} \quad f = \frac{\sqrt{21}}{\sqrt{27}} \quad g = \sqrt{\frac{25}{100}}$$

Exercice 4.5 : Écrire sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont des entiers positifs avec b positif

$$a = 3\sqrt{7} - 4\sqrt{7} + 2\sqrt{7} - 5\sqrt{7} \qquad b = 2\sqrt{5} + 7\sqrt{5} - \sqrt{180} + 17\sqrt{5}$$

$$c = \sqrt{18} - \sqrt{8} - \sqrt{2} \qquad d = \sqrt{180} - \sqrt{20} + \sqrt{125}$$

Exercice 4.6 : développer et réduire

$$a = \left(\sqrt{2} + \sqrt{3}\right)^2 \qquad b = \left(2\sqrt{5} - 3\sqrt{2}\right)^2 \qquad c = \left(\sqrt{7} - 4\sqrt{5}\right)\left(\sqrt{7} + 4\sqrt{5}\right) \qquad d = \left(\sqrt{3} - 1\right)\left(\sqrt{3} + 1\right)$$

Exercice 4.7 : Simplifier l'écriture des nombres suivants

$$a = \frac{24 - \sqrt{8}}{6} \qquad b = \frac{35 + \sqrt{50}}{10} \qquad c = \frac{-6 - \sqrt{27}}{-6} \qquad c = \frac{-1 - \sqrt{36}}{-28}$$

Exercice 4.8 : Écrire sans radical au dénominateur chacun des nombres suivants.

$$a = \frac{\sqrt{63}}{\sqrt{28}} \qquad b = \frac{\sqrt{200}}{\sqrt{50}} \qquad c = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \qquad d = \frac{2}{\sqrt{3} + 1} \qquad e = \frac{1}{\sqrt{2} - 3} \qquad f = \frac{3}{1 + \sqrt{2}}$$

Exercice 4.9 : Résoudre les équations suivantes

1. $3x - \sqrt{5} = 7x + \sqrt{5}$
2. $\sqrt{2}x + 3 = 5x + 8$
3. $\sqrt{2}x + 1 = x + \sqrt{2}$
4. $2x^2 - 1 = x^2 + 6$

Exercice 4.10 : $x \in \left]0\,;\,+\infty\right[$. Simplifier l'expression de $f(x)$

a) $f(x) = \sqrt{x} + \dfrac{x}{\sqrt{x}}$ b) $f(x) = x\sqrt{x} + \dfrac{x^3}{\sqrt{x}}$ c) $f(x) = 2x\sqrt{x} - \dfrac{x^2}{\sqrt{x}}$ d) $f(x) = \dfrac{12x^2 - 2x\sqrt{x}}{2\sqrt{x}}$

5. Équations produit

Pour s'entrainer

Exercice résolu 4 page 98, exercice 7 page 98, exercice 44 page 101, exercices 148, 149, 152, 154 155, 156, 157, 158 page 111

Exercices à savoir faire

Exercice 5.1 : Résoudre les équations suivantes dans $\mathbb{R}$.

a) $2x^2 = 0$ b) $x^2 - 3 = 0$ c) $x^2(x+3) = 0$ d) $-4x(x^2+1) = 0$

Exercice 5.2 : Résoudre les équations suivantes dans $\mathbb{R}$.

a)$(x+1)(x-3) = 0$ b)$(2x+1)(1-x)(3+x) = 0$ c) $3(1+x)(1-x) = 0$ d)$(x+1)(2x-7) = 0$

Exercice 5.3 : Résoudre les équations suivantes dans $\mathbb{R}$.

a) $(x+3)(1+2x) - 2(x+3) = 0$ b) $(x+1)(2x+3) = (x+1)(2+3x)$

c)$(1+x)^2 - (3-2x)^2 = 0$ d) $x(x+1) = x(2x+5)$

Exercice 5.4 : Résoudre les équations suivantes dans $\mathbb{R}$.

a) $(x-2)(2x+3) + (x-2)(3x+4) = 0$ b) $(2x-3)(3x+4) - 3(2x-3)(2x+7) = 0$

c) $(x-5)^2 = (x-5)(3x+9)$ d) $x^2 - 9 = (x+3)(2x+8)$

Exercice 5.4 : Résoudre les équations suivantes dans $\mathbb{R}$.

a. $(x-5)(x+1) = 0$ b. $5x(2x - 12) = 0$ c. $(2x + 5)^2 = (3 - x)^2$

Exercice 5.5 : Résoudre les équations suivantes dans $\mathbb{R}$.

d. $(4x - 3)(x + 1) + x(4x - 3) = 0$ e. $30x^2 = 12x$ f. $4(x - 2)^2 + 4(x - 2) = -1$

Exercice 5.6 : Résoudre les équations suivantes dans $\mathbb{R}$.

a. $-4x^2 + 25 = 0$ b. $4x^2 = 8x$ c.$(2x + 1)^2 = (2x - 4)(2x + 4)$

Exercice 5.7 : Résoudre les équations suivantes dans $\mathbb{R}$.

d. $3x^2 + 3x = (x + 1)^2$ e. $(x + 3)(x - 3) - x(2x - 6) + (x - 3)^2 = 0$ f. $4x^3 - x = 0$

Exercice 5.8 : Déterminer les coordonnées du point commun à la droite qui pour équation réduite $y = 4x - 8$ et à la parabole d'équation $y = x^2 - 4$

Exercice 5.9 : Déterminer les coordonnées des points d'intersection de la parabole d'équation $y = x^2 + 5$ et de la parabole d'équation $y = x^2 - 4x + 3$.

Exercice 5.10 : Déterminer les coordonnées des points d'intersection de la droite qui a pour équation réduite $y = 10x - 5$ et de la courbe d'équation $y = 4x^3 + 4x^2 + 11x - 5$.

6. Équations quotient

Pour s'entrainer

Exercice résolu 5 page 99 ; exercice 11 page 99, exercice 50 page 101, exercices 150, 151, 153 page 111

Exercices à savoir faire

Exercice 6.1 : Résoudre les équations suivantes.

a) $\frac{3}{2x} = -2$ b) $\frac{3x+1}{x-3} = 1$ c) $\frac{-x+4}{2x+1} = 2$ d) $\frac{1}{2x+1} = \frac{1}{x}$

Exercice 6.2 : Résoudre après avoir précisé l'ensemble de réels dans lequel l'équation doit-être résolue.

a) $3-\frac{1}{x+1}=\frac{3x-2}{x+1}$ b) $\frac{2}{x+3}-\frac{3}{x+2}=\frac{2}{3}-\frac{3}{2}$ c) $2x+5-\frac{3}{2x+3}=4\frac{(x+1)(x+3)}{2x+3}$

Exercice 6.3 : Résoudre après avoir précisé l'ensemble de réels dans lequel l'équation doit-être résolue.

a) $\frac{1}{x+1}=0$ b) $\frac{x-1}{3x+4}=1$ c) $\frac{x^2-1}{x^2+1}=\frac{1}{5}$

Exercice 6.4 : Déterminer l'ensemble de définition de chaque fonction puis résoudre l'équation $f(x)=1$.

a) $f(x)=\frac{x^2-5}{(x-2)^2}$ b) $f(x)=\frac{4}{(2x-5)^2}$ c) $f(x)=\frac{x}{(x-1)(x+2)}$

7. Inéquations, tableaux de signes

Pour s'entrainer

Exercice résolu 1 page 248 ; exercice 1 page 248, exercice 19 page 252
Exercice résolu 2 page 249 ; exercice 3 page 249, exercice 23 page 253
Exercice résolu 3 page 250 ; exercice 5 page 250, exercice 28 page 253
Exercice résolu 4 page 251 ; exercice 10 page 251, exercice 36 page 254, exercice 42 page 254
Exercices 102 à 27 page 264 et 265

Exercices à savoir faire

Exercice 7.1 : Résoudre les inéquations ci-dessous et donner la solution sous forme d'intervalle.
a) $2x+\frac{1}{3}\geq 0$ b) $-\frac{2}{3}x-\frac{5}{2}<0$ c) $-x+\frac{5}{6}>0$

Exercice 7.2 : Résoudre les inéquations ci-dessous et donner la solution sous forme d'intervalle.
a) $x+2\leq -\frac{1}{2}x+\frac{5}{4}$ b) $-\frac{1}{12}x+\frac{3}{4}>\frac{1}{20}x+\frac{1}{3}$ c) $-x\geq 0$

Exercice 7.3 : Donner le tableau de signes des fonctions affines suivantes.
$a)$ $f(x)=1-4x$ b) $f(x)=-x+\frac{1}{3}$ c) $f(x)=\frac{1}{3}x+2$ d) $f(x)=2-\frac{3}{2}x$
e) $f(x)=4$ f) $f(x)=x$ g) $f(x)=-x$ h) $f(x)=x+1$

Exercice 7.4 : Dresser le tableau de signes de $f(x)$
a) $f(x)=(1+x)(2-3x)$ b) $f(x)=(1+x)(1-x)(3+2x)$ c) $f(x)=-2(2x+1)(1-4x)$

Exercice 7.5 : Dresser le tableau de signes de $f(x)$
a) $f(x)=\frac{1+4x}{1-x}$ b) $f(x)=\frac{-2}{x+5}$ c) $f(x)=\frac{x+1}{(x-3)(1-2x)}$

Exercice 7.6 : Résoudre les inéquations ci-dessous et donner la solution sous forme d'intervalle ou de réunion d'intervalles
a) $(1-x)(1+2x)>0$ b) $(1+2x)(x-3)\geq 0$ c) $(1+3x)(x-1)<0$

Exercice 7.7 : Résoudre les inéquations ci-dessous et donner la solution sous forme d'intervalle ou de réunion d'intervalles.
a) $\frac{1+4x}{2-x}\geq 0$ b) $\frac{1}{2x-3}\leq 0$ c) $\frac{1-5x}{(1-x)(1+x)}\geq 0$

Exercice 7.8 : Samia, une jeune ingénieure, fabrique des tablettes numériques et souhaite prendre le statut d'auto-entrepreneur pour les commercialiser. Elle estime qu'elle peut en fabriquer au maximum 50 par mois. Les coûts de fabrication, en euro, sont modélisés par la fonction C définie sur l'intervalle $[0; 50]$ par $C(x) = -x^2 + 200x + 1056$ où x représentent le nombre de tablettes produites et vendues. Chaque tablette est vendue 220 €.

1) Justifier que les recettes sont données par $R(x) = 220x$.

2) On note B la fonction bénéfice, c'est-à dire la fonction définie sur $[0\,; 50]$ par $B(x) = R(x) - C(x)$.

   a) Justifier que pour tout réel x de l'intervalle [0 ;50], $B(x) = x^2 + 20x - 1056$.

   b) Vérifier que pour tout réel x de l'intervalle [0 ;50], $B(x) = (x + 44)(x - 24)$.

   c) Dresser le tableau de signes de l'expression $B(x)$.

   d) Déterminer le nombre minimal de tablettes que Samia doit produire et vendre mensuellement pour réaliser un bénéfice.

Exercice 7.9 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ et donner la solution sous forme d'intervalle ou de réunion d'intervalles.

a) $x^2(x + 3) \geq 0$ b) $-4x(x^2 + 1) > 0$ c) $(x^2 - 1)(x - 1) < 0$

Exercice 7.10 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ et donner la solution sous forme d'intervalle ou de réunion d'intervalles.

a) $(x + 1)(2 - x) \geq 0$ b) $\frac{-x^2}{x+1} > 0$ c) $(x + 1)^2 + 2 > 0$ d) $\frac{2}{x+3} > \frac{x}{x+3}$

8. Vecteurs : norme, distance entre deux points, déterminant

Pour s'entrainer

Exercice 3 page 121, exercice 8 page 121, exercice 32 page 123, exercices 116 à 130 page 133
Exercice résolu 4 page 147 ; exercice 13 page 147, exercice 53 page 152
Exercice résolu 5 page 148 ; exercice 16 page 148, exercice 64 page 153
Exercice résolu 6 page 149 ; exercice 19 page 149, exercice 68 page 153
Exercices 112 à 139 page 160 et 161

Exercices à savoir faire

Exercice 8.1 : On munit le plan d'un repère $(O;\ \vec{\imath}, \vec{\jmath})$. Soient les points $A\ (3\,; 2)$, $B(-1; 5)$ et $C(-2; -2)$.

a. Déterminer les coordonnées des points M, N et P définis par les égalités vectorielles suivantes :

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BC} \qquad \overrightarrow{BN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} \qquad \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} = \vec{0}.$$

b. Quelle est la nature des quadrilatères $AMCB$ et $BNCA$? Justifier.

Exercice 8.2 : Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O;\ \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

On considère les points $A(3\,;\ 4)$ et $B(16\,;\ 9)$. On considère les vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-1\\5\end{pmatrix}$

a. Calculer les coordonnées du milieu I de $[AB]$.

b. Calculer la norme du vecteur $\vec{u}$, celle du vecteur $\vec{v}$ puis celle du vecteur $\vec{w}$ défini par $\vec{w} = \vec{u} + 3\vec{v}$.

c. Déterminer les coordonnées du point C tel que $\overrightarrow{BC} = \vec{u}$.

d. Justifier que $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-1\\5\end{pmatrix}$ ne sont pas colinéaires.

Exercice 8.3 : Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O;\ \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

On considère les points : $A(1; 1)$, $B(2; 0)$, $C(7; 5)$ et $K(4; 3)$.

a. Calculer les coordonnées puis la norme de $\overrightarrow{AK}$.

b. Justifier par un calcul que le point K est le milieu du segment $[AC]$.

c. Démontrer que le point K est le centre du cercle circonscrit du triangle ABC.

Exercice 8.4 : On considère trois point A, B et C non alignés.
On considère le point M tel que $2\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BM} = 3\overrightarrow{BC} + 3\overrightarrow{AC}$ et le point N tel que $\overrightarrow{AN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$.
a. Exprimer $\overrightarrow{AM}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et de $\overrightarrow{AC}$.
b. Démontrer que C est le milieu du segment $[MN]$

Exercice 8.5 : Dans le plan rapporté à un repère $(O\ ;\ \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ on considère les points $A\ (12\ ;\ 34)$, $B\ (14\ ;\ 40)$, $C\ (-30\ ;\ 100)$ et $D\ (-25\ ;\ 115)$.

Les droites (AB) et (CD) sont-elles parallèles ? Justifiez votre réponse.

Exercice 8.6 : Dans le plan rapporté à un repère $(O\ ;\ \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ on considère les points $A\ (3\ ;\ -4)$, $B\ (8\ ;\ 7)$ et $C\ (15\ ;\ 16)$.

a. Les points A, B et C sont-ils alignés ? Justifiez votre réponse.

b. Déterminer l'abscisse du point D de la droite (AB) qui a pour ordonnées 13.

9. Équation réduite de droites, point d'intersection de deux droites

Pour s'entrainer

Exercice résolu 2 page 170 ; exercice 3 page 170, exercice 32 page 174
Exercice résolu 3 page 171 ; exercice 5 page 171, exercice 38 page 175
Exercice résolu 4 page 171 ; exercice 7 page 171, exercices 41, 43, 45 et 48 page 175
Exercice résolu 5 page 172 ; exercice 9 page 172, exercice 48 page 175
Exercices 109 à 125 page 184

Exercices à savoir faire
Dans tous les exercices suivants, le plan est muni d'un repère $(O;\ \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

Exercice 9.1 : Soient les points $A(1;4)$, $B(3;7)$, $C(-4;2)$ et $D(0\ ;\ -3)$.
a. Déterminer l'équation réduite de la droite (AB) puis de la droite (CD).
b. Justifier que les droites (AB) et (CD) sont sécantes.
c. Déterminer les coordonnées du point d'intersection des droites (AB) et (CD).

Exercice 9.2 :
a. Déterminer les coordonnées du point d'intersection des droites d et d' qui ont pour équations réduites respectives $y = x + 1\ et\ y = -4x + 6$.
b. Déterminer les coordonnées du point d'intersection des droites d et d' qui ont pour équations cartésiennes respectives $x + 3y + 1 = 0$ et $2x - y + 2 = 0$.
c. Les droites d, qui a pour équation cartésienne $x + 3y + 1 = 0$, et d',qui a pour équation cartésienne $3x + 9y + 3 = 0$, sont-elles parallèles ou confondues ? Justifier.

Exercice 9.3 : Soient les points $A(-1\ ;3)$, $B(0\ ;5)$, $C(10\ ;3)$
Déterminer l'équation réduite de la droite d qui passe par C et qui est parallèle à la droite (AB).

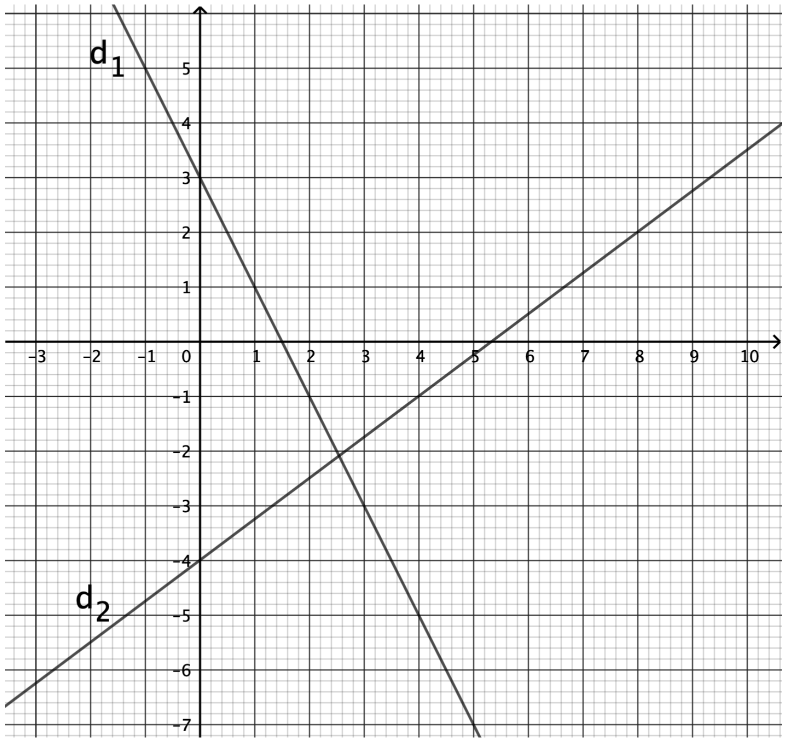
Exercice 9.4 :

a. Déterminer graphiquement les équations réduites des droites d_1 et d_2 représentées dans le repère ci-contre. On ne demande pas de justifier.

b. Tracer dans le repère ci-contre la droite d_3 passant par le point A (3 ; 2) et de coefficient directeur 1,5.

c. On considère les points A (3 ; 2) et B (7 ; 5). Déterminer par le calcul l'équation réduite de la droite (AB).

d. Déterminer par le calcul l'équation réduite de la droite Δ passant par B et de vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\-5\end{pmatrix}$.



10. Fonctions : tableaux de variation

Pour s'entrainer

Exercices 117 à 43 page 214 et 215
Exercice résolu 1 page 223 ; exercice 15 page 226
Exercice résolu 2 page 224 ; exercices 21 et 26page 227
Exercices résolus 3 et 4 page 225 ; exercices 5 et 7 page 225
Exercices 107 à 133 page 239

Exercices à savoir faire

Exercice 10.1 : On considère une fonction f définie sur $[-5\,;6]$ dont on donne le tableau de variation.

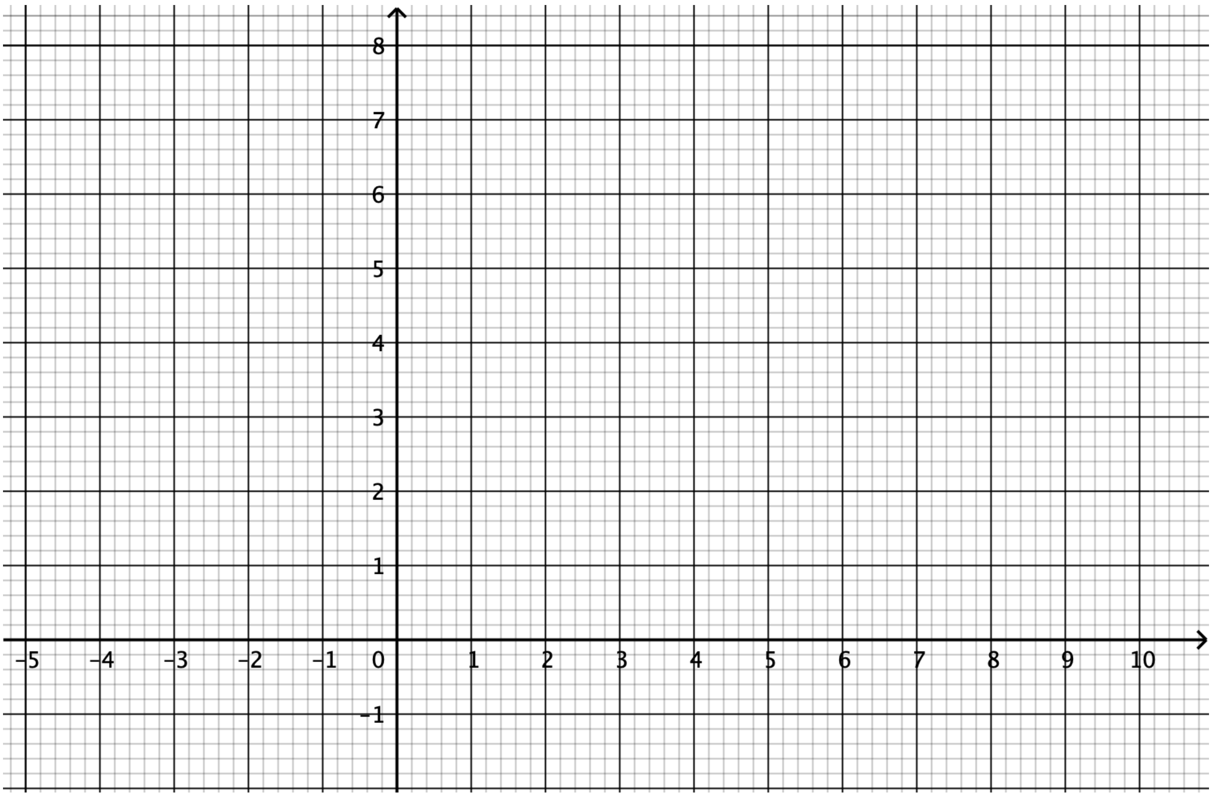
x	-5		-3		1		6
f	3	↘	0	↗	4	↘	2

1. Décrire les variations de f par des phrases.
2. Comparer $f(2)$ et $f(5)$. Justifier.
3. Compléter par le plus petit intervalle possible : « si $x \in [-3\,;\,6]$, alors $f(x) \in \cdots$ » .
4. Tracer une courbe qui pourrait être la représentation graphique de f.

Exercice 10.2 : Soit une fonction f définie sur l'intervalle [- 5 ; 10] dont on donne le tableau de variations.

x	- 5	-3	- 2	1	3	10
f	3	0	- 1	0	7	4

a. Décrire par des phrases les variations de la fonction f.
b. Déterminer le maximum de f sur l'intervalle [- 5 ; 10] ainsi que la valeur pour laquelle il est atteint.
c. Déterminer le minimum de f sur l'intervalle [- 5 ; 10] ainsi que la valeur pour laquelle il est atteint.
d. Comparer $f(4)$ et $f(7)$. Justifier votre réponse.
e. Comparer $f(0)$ et $f(5)$. Justifier votre réponse.
f. Vrai ou faux : « quand $x \in [-2\ ;\ 10]$ alors $f(x) \in [-1; 4]$ ». Justifier votre réponse.
g. Tracer ci-dessous une courbe qui pourrait être la représentation graphique de la fonction f.



Exercice 10.3 : Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x^2 - 12x + 20$.
a. Montrer que pour tout réel x, $f(x) = 3(x-2)^2 + 8$.
b. En déduire que f admet un minimum et préciser pour quelle valeur il est atteint.